

---

---

# MATHÉMATIQUES

## 31

---

### A. RAISON D'ÊTRE ET PHILOSOPHIE DU PROGRAMME

#### RAISON D'ÊTRE

Afin de se fixer des objectifs et de faire des choix informés, les élèves doivent posséder de nombreuses habiletés dans les domaines de la réflexion et de la résolution de problèmes. Les principes essentiels sont, tout d'abord, une compréhension des techniques mathématiques et des processus qui leur **permettront** de mettre en application les habiletés de base nécessaires pour résoudre des situations mathématiques quotidiennes et, également, d'acquérir de meilleures habiletés en ce qui concerne l'analyse logique et l'utilisation de méthodes permettant de faire des inférences.

Une bonne connaissance des mathématiques est essentielle à une société bien éduquée. Toutefois, la nécessité pour le citoyen moyen de se servir des mathématiques et l'usage qu'il en fait sont en train d'évoluer. **On insiste aujourd'hui sur une vision dynamique des mathématiques, considérées comme un langage précis (termes et notation symbolique), servant à décrire, raisonner, interpréter et explorer, plutôt que sur la mémorisation de formules et d'algorithmes.** L'acquisition d'une façon logique de concepts et d'habiletés demeure une nécessité préalable pour appliquer correctement les connaissances mathématiques à la résolution de problèmes. Des stratégies de résolution de problèmes, de concert avec des techniques telles que l'estimation et la simulation auxquelles est incorporée la technologie moderne, sont les outils qui servent à résoudre des problèmes de mathématiques.

Les élèves doivent être compétents dans les procédés qui impliquent les nombres et les opérations, avoir une grande facilité avec les opérations algébriques de base ainsi qu'une bonne compréhension des concepts mathématiques fondamentaux. Ils doivent aussi comprendre les liens entre ces concepts et se familiariser avec leur usage dans les applications qui en découlent. Ils doivent savoir résoudre des problèmes à l'aide de processus mathématiques mis au point et exploiter, avec assurance, leurs habiletés et leurs connaissances mathématiques pour en acquérir de nouvelles. De plus, les élèves doivent reconnaître que la technologie moderne permet la manipulation et le calcul rapide et précis. Ils doivent aussi constater que cette technologie permet d'atteindre une meilleure compréhension des concepts et facilite des modes de pensée de niveau supérieur. Elle doit donc être utilisée.

La majorité des élèves qui débutent en Mathématiques 31 ne maîtrisent pas encore complètement la pensée mathématique formelle. On s'attend à ce qu'ils se familiarisent avec la pensée abstraite dans les cours de mathématiques du secondaire deuxième cycle. La matière couverte dans ces cours est appropriée du point de vue cognitif et devrait être enseignée en tenant compte des aptitudes de compréhension des élèves.

Le programme d'études de mathématiques du secondaire deuxième cycle comprend les séries suivantes de cours :

- Mathématiques 10-20-30 et Mathématiques 31
- Mathématiques 13-23-33
- Mathématiques 14-24
- Mathématiques 16-26.

Normalement l'élève suit le cours de Mathématiques 31 après avoir suivi le cours de Mathématiques 30; cependant ces cours peuvent être concomitants. En plus, le programme de mathématiques doit anticiper les besoins changeants de la société et doit viser à inculquer aux élèves les concepts mathématiques, les habiletés et les attitudes nécessaires pour faire face aux défis du futur.

Mathématiques 10-20-30 et Mathématiques 31 ont été conçus pour les élèves qui, après avoir atteint un niveau acceptable en Mathématiques 9, désirent poursuivre leurs études au-delà du secondaire dans des programmes intensifs de mathématiques à l'université, à un collège ou à une école technique. Les programmes Mathématiques 10-20-30 développent surtout les aspects théoriques de sujets en algèbre, en géométrie, en trigonométrie et en statistiques, et visent à faire atteindre aux élèves les niveaux requis pour l'admission à ces programmes.

Les élèves qui auront réussi à un niveau acceptable Mathématiques 10, Mathématiques 20 et Mathématiques 30, auront satisfait ou auront dépassé les exigences de base en mathématiques de la majorité des universités ou des programmes de transfert à l'université. Ils auront satisfait aussi à tous les préalables pour l'admission en mathématiques, et même plus, dans les différents programmes des collèges et des écoles techniques. Un nombre important d'élèves profiteraient de prendre un cours en calcul différentiel et intégral car cela améliorerait leurs possibilités de succès dans les cours de niveau supérieur en mathématiques, enseignés à l'université, tels que les cours plus avancés en mathématiques et en physique ou les programmes en ingénierie ou en affaires.

Mathématiques 31 insiste sur le développement théorique et pratique de sujets de l'algèbre des fonctions, en trigonométrie, en calcul différentiel et intégral et vise à faire atteindre aux élèves les niveaux

requis pour l'admission à tous les programmes de première année de mathématiques, de sciences, d'ingénierie et des affaires. Le cours a été conçu pour faire le pont entre la série de cours Mathématiques 10-20-30 et la série de cours de calcul différentiel et intégral offerts par les institutions postsecondaires.

## OBJECTIFS

Comme dernier cours de la série des Mathématiques 10-20-30-31, **les buts spécifiques** de Mathématiques 31 sont les suivants :

- de développer une compréhension de l'algèbre des fonctions et des transformations, ainsi que de leurs graphiques, et d'appliquer ces connaissances à différents secteurs des mathématiques;
- de développer une facilité dans les calculs algébriques où on retrouve des expressions rationnelles, des inéquations, des valeurs absolues et des fonctions trigonométriques;
- d'introduire les principaux concepts et les méthodes du calcul différentiel et intégral;
- de développer des habiletés de résolution de problèmes et de raisonnement, dans le contexte des concepts et des procédés du calcul différentiel et intégral;
- d'appliquer les méthodes du calcul différentiel et intégral à de simples applications dans les sciences physiques et biologiques, dans l'ingénierie, dans les affaires et dans les sciences sociales.

## PHILOSOPHIE

Selon les principes élaborés dans le document *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* publié par le National Council of Teachers of Mathematics, 1989, les principaux objectifs du cours de Mathématiques 31 sont **les attitudes, la résolution de problèmes, la communication des idées, le raisonnement, les liens et la technologie**. Dans ce document l'expression « **les Procédés mathématiques** » réfère à ces mêmes objectifs. Ces points de mire sont élaborés ci-dessous.

## **Attitudes**

Les élèves doivent apprendre à apprécier la beauté et la puissance des mathématiques comme moyen de résolution de problèmes et comme expression de la pensée humaine. Cette appréciation devrait les inciter à respecter les données et les éléments de preuve, à montrer de l'ouverture d'esprit pour les points de vue des autres, à chercher à avoir une pensée créatrice, à persévérer malgré les difficultés, à être curieux dans leur vision du monde, et à montrer le désir de comprendre. Les élèves devraient respecter et apprécier les rôles des sciences et de la technologie dans l'apprentissage et dans la pratique des mathématiques.

## **Résolution de problèmes**

Les élèves acquièrent une compréhension plus profonde des concepts et des méthodes mathématiques lorsqu'ils résolvent des problèmes pris dans la vie réelle ou dans le contexte de toute autre discipline scolaire ou des mathématiques elles-mêmes. Les élèves doivent déterminer les concepts et les procédés qui seront probablement les plus appropriés pour la résolution d'un problème en particulier, planifier l'application appropriée des concepts et des procédés au problème, exécuter ce procédé, et, une fois la solution trouvée, évaluer sa validité ainsi que le procédé utilisé. Les élèves sont ensuite censés pouvoir modifier leur solution pour résoudre un problème très semblable ou pour appliquer ce procédé de résolution à une nouvelle situation.

## **Communication des idées**

Les élèves doivent non seulement trouver les solutions aux problèmes, mais doivent aussi les communiquer, de même que les procédés de résolution. Ils doivent pouvoir communiquer les représentations utilisées pour les concepts, ainsi que toute approximation ou restriction inhérentes à la solution, la fiabilité de la solution finale et les raisons pour lesquelles ces méthodes particulières ont été utilisées. Ces explications peuvent être orales ou écrites. Les élèves doivent utiliser d'une façon appropriée le langage et le symbolisme en mathématiques.

## **Raisonnement**

Le raisonnement est une partie importante des mathématiques. On demande aux élèves d'analyser des situations, de faire des hypothèses, de faire et vérifier des suppositions, de tirer des conclusions et de justifier les étapes de leurs solutions. Le niveau de raisonnement peut aller de la spéculation au raisonnement formel rigoureux et les élèves sont censés pouvoir raisonner à tous ces niveaux, selon le contexte et le but du problème.

## **Liens**

Les élèves doivent saisir les liens entre les concepts mathématiques, entre les mathématiques et autres disciplines scolaires, et entre les mathématiques et les problèmes rencontrés dans la vie de tous les jours. Ils doivent en particulier saisir les liens entre leurs connaissances mathématiques nouvelles et anciennes et les appliquer à un large éventail de problèmes. Ils doivent saisir les liens entre les représentations algébriques et géométriques et entre les méthodes numériques et symboliques. De plus, on leur demande de pouvoir expliquer et justifier les liens établis dans la solution d'un problème.

## **Technologie**

Les élèves doivent connaître les possibilités qu'offrent les différents instruments électroniques modernes, tels la calculatrice scientifique, la calculatrice à affichage graphique, les logiciels de traçage de graphiques et des logiciels utilitaires comme le traitement de texte, le tableur, la base de données, et les programmes de manipulation de symboles. De cette connaissance, l'élève doit pouvoir se servir de la technologie appropriée à la tâche en cours. En plus de savoir comment se servir de ces instruments de façon à trouver les solutions exactes, les élèves doivent pouvoir faire par écrit, des estimations, des approximations et des croquis, sans moyens électroniques.

## Attentes

Lorsque les élèves auront terminé leurs cours de mathématiques du secondaire deuxième cycle, on s'attend à ce qu'ils soient compétents en mathématiques. On entend par **mathématiquement compétents**, la capacité et la volonté que possèdent les élèves à répondre aux demandes de leur monde, en utilisant des concepts et des procédés mathématiques pour communiquer, raisonner et résoudre des problèmes. De façon plus spécifique, *les élèves devront* :

- avoir développé les concepts, les habiletés et les attitudes grâce auxquels ils pourront acquérir de nouvelles connaissances mathématiques après la fin de leurs études secondaires;
- avoir développé les concepts, les habiletés et les attitudes qui leur permettront de réussir dans les situations mathématiques qu'ils rencontreront dans leurs études ultérieures, dans leurs emplois et dans leur vie quotidienne;
- avoir acquis une compréhension des concepts mathématiques de base et avoir développé les habiletés et les attitudes nécessaires pour devenir des citoyens responsables et qui contribuent à la société;
- pouvoir appliquer les concepts et les habiletés mathématiques de base dans des contextes pratiques;
- avoir acquis des habiletés de pensée créatives et critiques;
- pouvoir exprimer clairement des idées mathématiques;
- comprendre comment on peut utiliser les mathématiques pour examiner, interpréter et prendre des décisions sur les questions qui touchent la vie des individus;
- comprendre comment on peut utiliser les mathématiques pour l'analyse de phénomènes naturels;

- comprendre les liens et les effets réciproques entre différents concepts mathématiques et entre les mathématiques et d'autres disciplines;
- comprendre et apprécier la contribution positive des mathématiques à la civilisation et à la culture, comme une science et un art.

## B. ATTENTES POUR L'APPRENANT

### VUE SPÉCIFIQUE DU COURS

Le cours Mathématiques 31 est conçu pour initier l'élève aux méthodes mathématiques du calcul différentiel et intégral. Le cours sert de lien entre l'aboutissement du programme de Mathématique 10-20-30 et les exigences des mathématiques au niveau des programmes postsecondaires. Ce cours demande des élèves qu'ils sachent déjà travailler avec les fonctions et il les introduit à l'étude des limites pour les préparer au calcul différentiel et intégral. Les méthodes du calcul différentiel et intégral sont appliquées à des problèmes pris de différents domaines, notamment les sciences, l'ingénierie et le monde des affaires.

Le cours se concentre sur l'étude des fonctions qui décrivent des situations changeantes, contrairement à des situations plus statiques comme dans les cours de mathématiques précédents. On met l'accent sur l'utilisation de méthodes qui utilisent les graphiques pour illustrer comment réagissent les fonctions qui expriment le changement.

### STRUCTURE DU COURS

Le cours Mathématiques 31 comprend une partie obligatoire et une partie facultative. **La partie obligatoire** est conçue pour prendre la plus grande partie du temps d'enseignement. **La partie facultative** comprend huit unités; les enseignants et les élèves peuvent en étudier une ou plusieurs et y consacrer le temps qui reste.

Le temps consacré à la partie obligatoire, ainsi que le nombre d'unités facultatives étudiées, varieront selon les exigences locales. En général, la majorité des élèves étudieront une ou deux unités facultatives; cependant certains élèves devront étudier jusqu'à quatre unités afin de répondre aux exigences postsecondaires.

#### Partie obligatoire

La partie obligatoire se divise en quatre sections :

- Préparation au calcul différentiel et intégral et limites
- Dérivées et règles de dérivation
- Applications des dérivées
- Intégrales, règles d'intégration et applications des intégrales.

#### Partie facultative

Les huit unités préparées pour la partie facultative sont les suivantes :

- Calcul différentiel et intégral de fonctions exponentielles et logarithmiques
- Méthodes numériques
- Volumes de révolution
- Applications du calcul différentiel et intégral aux sciences physiques et à l'ingénierie
- Applications du calcul différentiel et intégral aux sciences biologiques
- Applications du calcul différentiel et intégral au monde des affaires et à l'économie
- Théorèmes du calcul différentiel et intégral
- Autres méthodes d'intégration.

### « ATTENTES POUR L'APPRENANT » DU COURS

Les « attentes pour l'apprenant » du cours détaillées de la page 8 à la page 51 énoncent les résultats prévus à la fin du cours de Mathématiques 31. **Elles n'indiquent pas la séquence d'instruction du cours.** Cette séquence variera selon les acquis des élèves, les ressources disponibles et les préférences individuelles des enseignants.

On divise ces attentes en deux catégories : les *attentes générales* et les *attentes spécifiques*.

Les *attentes générales* de Mathématiques 31, aux pages 8 et 9, servent de pont entre les énoncés philosophiques pour tous les cours de mathématiques du deuxième cycle et les *attentes spécifiques* pour chaque unité ou section d'étude.

Les *attentes spécifiques* réfèrent à des champs d'études particuliers, telles que les limites et les primitives. Elles se trouvent aux pages 10 à 35 pour la **partie obligatoire**, et aux pages 36 à 51 pour la **partie facultative**.

Les « attentes pour l'apprenant » sont organisées sous forme d'un tableau composé de cinq rangées de composantes et de trois colonnes de résultats prévus. Les cinq rangées nomment cinq composantes : Procédés mathématiques, Mesure et géométrie, Algèbre des fonctions et des limites, Calcul différentiel et intégral, et Gestion des données. Les résultats prévus sont organisés sous les trois titres suivants : Compréhension des concepts, Connaissance des procédés et Contextes de résolution de problèmes.

Même s'ils sont identifiés séparément, les résultats prévus doivent être développés simultanément en équilibrant convenablement la matière à l'étude, et en utilisant les connaissances acquises dans un contexte approprié.

## COMPOSANTES

La composante, **Procédés mathématiques**, décrit les stratégies de résolution de problèmes, de communication et de raisonnement qui s'appliquent à plusieurs domaines des mathématiques. La construction et l'utilisation de modèles mathématiques et l'utilisation appropriée de techniques afin d'estimer la solution pour des problèmes de calcul difficiles en sont des exemples.

Dans le contexte du cours de Mathématiques 31, les procédés mathématiques incluent la formulation et vérification d'hypothèses, la comparaison de solutions numériques et algébriques, les liens entre certains procédés de résolution de problèmes semblables et l'utilisation de ces procédés pour résoudre des problèmes complètement différents et la différence entre une preuve intuitive et une preuve rigoureuse.

La composante, **Mesure et géométrie**, décrit les mathématiques du raisonnement spatial. La mesure implique l'association de valeurs numériques à diverses propriétés géométriques de figures à une, deux ou trois dimensions, tandis que la géométrie implique les propriétés des figures à une, deux ou trois dimensions ainsi que la représentation géométrique des domaines, de limites, de dérivées et d'intégrales.

Dans le contexte du cours de Mathématiques 31, Mesure et géométrie implique la généralisation des concepts de la pente, d'une courbe, d'une droite et de la moyenne dans des contextes qui sont caractérisés par le changement et dans des contextes où les descriptions traditionnelles portent à de fausses interprétations.

La composante, **Algèbre des fonctions et des limites**, décrit la généralisation de régularités et la description de ces régularités par couples, formes symboliques et formes géométriques.

Dans le contexte du cours de Mathématiques 31, l'Algèbre des fonctions et des limites représente une extension des concepts algébriques qui permet d'utiliser des modèles algébriques dans le contexte où il n'y a peut-être pas de fonctions ou elles sont peut-être des fonctions discontinues.

La composante, **Calcul différentiel et intégral**, décrit l'extension de l'algèbre à des situations qui analysent le changement.

Dans le contexte du cours de Mathématiques 31, le calcul différentiel et intégral ne réfère qu'au calcul différentiel et intégral de relations et de fonctions à une seule variable réelle. L'accent est mis surtout sur l'utilisation et l'application des dérivées et moins sur l'utilisation et l'application des intégrales.

La composante, **Gestion des données**, décrit les mathématiques qui traitent du domaine de l'information à partir de la description de simples ensembles de données jusqu'aux prédictions fondées sur des modèles construits à partir des données.

Dans le contexte du cours de Mathématiques 31 la gestion des données se limite aux généralisations des concepts de valeur moyenne et de racine d'équation, ainsi qu'au développement d'outils qui permettent de calculer la valeur numérique approximative au degré de précision voulu. Le calcul différentiel et intégral de variables aléatoires n'est pas inclus dans le cours de Mathématiques 31, bien que les méthodes du calcul différentiel et intégral développées en Mathématiques 31 pourraient être utilisées dans le contexte d'une variable aléatoire et de sa fonction de répartition.

## RÉSULTATS PRÉVUS

Les résultats prévus sous la rubrique **Compréhension des concepts** réfèrent aux concepts majeurs qui font partie intégrante de la compréhension de l'algèbre des fonctions, au calcul différentiel et intégral et à l'établissement de limites.

Les attentes reliées à la Compréhension des concepts se caractérisent par l'usage de verbes d'action tels que : *définir, démontrer, décrire, développer, établir, expliquer, donner, identifier, illustrer, relier, reconnaître* et *représenter*.

Les résultats prévus sous la rubrique **Connaissance des procédés** réfèrent au développement de la facilité à poursuivre les procédés reliés aux attentes générales pour l'apprenant. Le calcul de limites, de dérivées et d'intégrales, la détermination du maximum et du minimum, et le calcul de la valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle sont des exemples de tels procédés.

Les attentes reliées à la Connaissance des procédés sont caractérisées par l'usage de verbes d'action tels que : *trouver une approximation, calculer, construire, dériver, estimer, factoriser, localiser, rationaliser, simplifier, schématiser, résoudre, utiliser* et *vérifier*.

Les résultats prévus sous **Contextes de résolution de problèmes** réfèrent à la construction de modèles décrivant des applications dans plusieurs contextes différents. Ils réfèrent aussi à la combinaison d'algorithmes pour déterminer des combinaisons plus compliquées de limites, de dérivées et d'intégrales ainsi qu'à l'usage de la technologie appropriée afin d'estimer des modèles difficiles ou de poursuivre des stratégies de long calcul. Ils réfèrent également à l'investigation de phénomènes, à la collecte et à l'interprétation des données dans des contextes variés, et au transfert de connaissances des mathématiques à d'autres domaines de la vie humaine.

Les attentes reliées aux Contextes de résolution de problèmes se caractérisent par l'usage de verbes d'action tels que : *adapter, analyser, combiner, communiquer, comparer, relier, construire, dériver, évaluer, ajuster, examiner, justifier, faire des modèles, prouver, reconstruire* et *traduire*.

## « ATTENTES GÉNÉRALES POUR L'APPRENANT » PAR COMPOSANTE

COMPOSANTES	COMPRÉHENSION DES CONCEPTS
<p><b>Procédés mathématiques</b></p> <p>La maîtrise des attentes du <i>cours</i> permet aux élèves de construire et de résoudre des modèles décrivant des situations en mathématiques dans des contextes variés et d'utiliser la technologie appropriée afin d'estimer des modèles difficiles et de faire de longs calculs.</p>	<p><i>Pour démontrer</i> leur compréhension des concepts en Mathématiques 31, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• identifier et donner des exemples des forces et des faiblesses propres à l'utilisation de la technologie dans le calcul de limites, de dérivées et d'intégrales;</li> <li>• illustrer par des exemples les différences entre les preuves intuitives et rigoureuses dans le contexte de limites, de dérivées et d'intégrales;</li> </ul>
<p><b>Mesure et géométrie</b></p> <p>La maîtrise des attentes du <i>cours</i> permet aux élèves de démontrer, à l'aide de représentations géométriques, les concepts sous-jacents au calcul différentiel et intégral qui servent à déterminer les limites, les dérivées, les intégrales, les taux de variation et les moyennes.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• décrire le lien entre les fonctions après avoir fait subir à une variété de fonctions des translations, des réflexions, des allongements et des compositions;</li> <li>• faire le lien entre le déplacement, la vitesse et l'accélération d'un corps en mouvement rectiligne à vitesse non uniforme;</li> </ul>
<p><b>Algèbre des fonctions et des limites</b></p> <p>La maîtrise des attentes du <i>cours</i> permet aux élèves de passer d'une forme de représentation à une autre. Ces situations peuvent être représentées par des symboles, des diagrammes ou des graphiques; ces représentations décrivent les fonctions continues et les fonctions discrètes à une variable réelle.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• donner des exemples de limites de suites et de fonctions, pour les valeurs finies et infinies de la variable indépendante;</li> </ul>
<p><b>Calcul différentiel et intégral</b></p> <p>La maîtrise des attentes du <i>cours</i> permet aux élèves de déterminer les limites, les dérivées, les intégrales et les taux de variation.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• faire le lien entre la dérivée et une limite particulière, et exprimer cette limite dans des situations telles que de droites sécantes et tangentes à une courbe;</li> <li>• relier la dérivée d'une fonction complexe à la dérivée de fonctions plus simples;</li> <li>• relier les zéros de la fonction dérivée aux points critiques sur la courbe originale;</li> <li>• comprendre que l'intégration peut être considérée comme l'opération opposée à la dérivation;</li> </ul>
<p><b>Gestion des données</b></p> <p>La maîtrise des attentes du <i>cours</i> permet aux élèves d'utiliser, au niveau d'introduction, des concepts du calcul différentiel et intégral pour décrire des distributions de données et des variables aléatoires.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• décrire les liens entre l'intégration d'une fonction et la détermination d'aires et de moyennes.</li> </ul>



CONNAISSANCE DES PROCÉDÉS	CONTEXTES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES
<p><i>Les élèves démontreront</i> leur maîtrise des procédés en Mathématiques 31 en :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>combinant et modifiant des procédés de solution bien connus pour former un nouveau procédé de solution à un problème connexe;</li> </ul>	<p><i>Les élèves démontreront</i> leur habileté à résoudre des problèmes en Mathématiques 31 en :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>utilisant les liens entre un problème donné et un autre plus simple, équivalent, ou déjà résolu, pour résoudre le problème original;</li> <li>trouvant des réponses approximatives pour des calculs complexes en simplifiant les modèles utilisés;</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>traçant les graphiques de fonctions en faisant subir des transformations aux graphiques de fonctions connues;</li> <li>calculant le déplacement, la vitesse et l'accélération d'un corps en mouvement rectiligne à vitesse non uniforme;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>établissant, de manière intuitive, des preuves géométriques permettant de généraliser les concepts de pente, d'aire, de moyenne et de taux de variation;</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>exprimant les solutions algébriques et trigonométriques finales dans une variété de formes équivalentes, la forme choisie étant celle la plus appropriée à la tâche à exécuter;</li> <li>calculant les limites de fonctions, à l'aide de définitions, de règles de limites et de méthodes utilisant une calculatrice ou un ordinateur;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>construisant des modèles mathématiques pour décrire des situations dans des contextes variés, en utilisant des fonctions algébriques et trigonométriques à une seule variable réelle;</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>calculant les dérivées de fonctions, à l'aide de définitions, de règles de dérivation et de méthodes utilisant une calculatrice ou un ordinateur;</li> <li>calculant les intégrales définies et indéfinies de fonctions simples, à l'aide de primitives, de règles d'intégration et de méthodes utilisant une calculatrice ou un ordinateur;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>déterminant les valeurs optimales d'une variable dans différents contextes, à l'aide des concepts de valeurs maximale et minimale d'une fonction;</li> <li>esquissant les graphiques de fonctions, à l'aide du concept de valeurs critiques et comparant ces graphiques à ceux, des mêmes fonctions, tracés par un ordinateur;</li> <li>reliant une dérivée et le taux de variation approprié, et en utilisant ce lien pour exprimer des taux de variation compliqués à l'aide de taux de variation plus simple;</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>calculant la valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ajustant des modèles mathématiques à des situations décrites par des ensembles de données.</li> </ul>

**ATTENTES SPÉCIFIQUES POUR  
L'APPRENANT DE LA PARTIE  
OBLIGATOIRE**

**PRÉPARATION AU CALCUL DIFFÉRENTIEL  
ET INTÉGRAL ET LIMITES (Obligatoire)**

**Vue générale**

Les trois premières sous-unités de cette section du cours de Mathématiques 31 visent à consolider et à élargir les habiletés algébriques et trigonométriques de l'élève. L'algèbre des fonctions introduite en Mathématiques 20 et appliquée aux fonctions exponentielles, logarithmiques, trigonométriques et polynomiales en

Mathématiques 30, inclura maintenant la fonction générale. Les représentations algébriques et géométriques des transformations sont utilisées. Les habiletés acquises sont requises pour toutes les autres sections de Mathématiques 31. La quatrième sous-unité porte sur le développement numérique et géométrique des concepts de limites et de règles de limites.

ATTENTES GÉNÉRALES POUR L'APPRENANT	COMPRÉHENSION DES CONCEPTS
<p><i>Les élèves devraient</i> comprendre que, tout comme les variables, les fonctions peuvent se combiner ensemble au moyen d'opérations comme l'addition et la multiplication. Pour démontrer leur compréhension, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>décrire le lien entre les fonctions après avoir fait subir à une variété de fonctions des translations, des réflexions, des allongements et des compositions;</li> <li>tracer les graphiques de fonctions en faisant subir des transformations aux graphiques de fonctions connues;</li> <li>exprimer les solutions algébriques et trigonométriques finales dans une variété de formes équivalentes, la forme choisie étant celle la plus appropriée à la tâche à exécuter;</li> <li>construire des modèles mathématiques pour décrire des situations dans des contextes variés, en utilisant les fonctions algébriques et trigonométriques à une seule variable réelle.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur compréhension des concepts de l'algèbre des fonctions, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>illustrer différentes notations qui décrivent des fonctions et des intervalles;</li> <li>exprimer, en notation des intervalles, le domaine et l'image de fonctions;</li> <li>exprimer la somme, le produit, la différence et le quotient, algébriquement et graphiquement, étant données deux fonctions quelconques;</li> <li>exprimer, algébriquement et graphiquement, la composition de deux fonctions ou plus;</li> </ul> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>illustrer les ensembles solutions pour des inégalités linéaires, quadratiques et à valeur absolue;           <math display="block"> P(x)  \geq a</math> <math display="block"> P(x)  \leq a</math> <math display="block">ax^2 + bx + c \geq d</math> </li> </ul> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>illustrer la différence entre les concepts d'équation et d'identité dans des contextes trigonométriques.</li> </ul>

### Résumé des résultats prévus pour l'élève

À la fin de cette section, les élèves devraient être en mesure d'effectuer, avec assurance et facilité, la factorisation d'expressions algébriques, les opérations sur les radicaux, sur les expressions contenant des radicaux et sur les transformations de fonctions. De même, ils devraient démontrer leur habileté en géométrie analytique.

Les élèves devraient aussi pouvoir résoudre des inégalités linéaires, quadratiques et à valeur absolue, et résoudre des équations trigonométriques et des identités. Ils devraient pouvoir exprimer le concept de limite numériquement et géométriquement et calculer

les limites à l'aide des principes de base et de règles de limites.

CONNAISSANCE DES PROCÉDÉS	CONTEXTES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES
<p><i>Pour démontrer</i> leur capacité à utiliser les procédés associés à l'algèbre des fonctions, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>illustrer la notation des intervalles ouverts, fermés et semi-fermés;</li> <li>trouver la somme, la différence, le produit, le quotient et la composition de fonctions;</li> </ul> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>résoudre les inéquations des types suivants;           <math display="block">\begin{array}{l}  P(x)  \geq a \\  P(x)  \leq a \end{array} \quad \begin{array}{l}  P(x)  \geq a \\  Q(x)  \geq a \end{array}</math> <math display="block">\frac{P(x)}{Q(x)} \geq a \quad ax^2 + bx + c \geq d</math> </li> </ul> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>se servir des identités trigonométriques suivantes :           <ul style="list-style-type: none"> <li>de rapports primaires et inverses</li> <li>de sommes et différences d'angles <math>\sin(A \pm B)</math> <math>\cos(A \pm B)</math></li> <li>d'angles doubles et de demi-angles</li> <li>de Pythagore</li> </ul>           pour simplifier des expressions et résoudre des équations, pour exprimer des sommes et des différences comme des produits, et pour réécrire des expressions dans des formes variées équivalentes.         </li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur habileté à résoudre des problèmes, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>faire des modèles de situations de problèmes en utilisant des sommes, des différences, des produits et des quotients de fonctions;</li> <li>examiner les liens entre la forme algébrique d'une fonction <math>f(x)</math> et les symétries de son graphique.</li> </ul>

ATTENTES GÉNÉRALES POUR L'APPRENANT	COMPRÉHENSION DES CONCEPTS
<p><i>Les élèves devraient</i> comprendre que les fonctions peuvent être transformées et que ces transformations peuvent être représentées algébriquement et géométriquement. Pour démontrer leur compréhension, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• décrire le lien entre les fonctions après avoir fait subir à une variété de fonctions des translations, des réflexions, des allongements et des compositions;</li> <li>• tracer les graphiques de fonctions en faisant subir des transformations aux graphiques de fonctions connues;</li> <li>• exprimer les solutions algébriques et trigonométriques finales dans une variété de formes équivalentes, la forme choisie étant celle la plus appropriée à la tâche à exécuter;</li> <li>• construire des modèles mathématiques pour décrire des situations dans des contextes variés, en utilisant les fonctions algébriques et trigonométriques à une seule variable réelle.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur compréhension des concepts de la transformation de fonctions, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• décrire les similitudes et les différences entre les graphiques de <math>y = f(x)</math> et <math>y = af[k(x + c)] + d</math> où <math>a</math>, <math>k</math>, <math>c</math> et <math>d</math> sont des nombres réels;</li> <li>• décrire les effets de la réflexion de fonctions algébriques et trigonométriques relativement aux droites <math>y = x</math>, <math>y = 0</math> ou <math>x = 0</math>;</li> <li>• décrire les effets des paramètres <math>a</math>, <math>b</math>, <math>c</math> et <math>d</math> sur la fonction trigonométrique <math>f(x) = a \sin [b(x + c)] + d</math></li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• décrire la relation entre les droites parallèles et les droites perpendiculaires;</li> <li>• décrire la condition nécessaire pour qu'une droite soit une tangente, une normale ou une sécante à une courbe;</li> <li>• associer un problème à deux conditions à un système de deux équations à deux inconnues.</li> </ul>

CONNAISSANCE DES PROCÉDÉS	CONTEXTES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES
<p><i>Pour démontrer</i> leur capacité à utiliser les procédés associés à la transformation de fonctions, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• faire le graphique et décrire algébriquement les effets de toute translation, réflexion ou allongement de n'importe laquelle des fonctions suivantes ou de leurs réciproques; <ul style="list-style-type: none"> <li>• linéaire, quadratique ou cubique polynomiale</li> <li>• valeur absolue</li> <li>• inverse</li> <li>• exponentielle</li> <li>• en escalier</li> </ul> </li> <li>• faire le graphique et décrire algébriquement les effets de toute combinaison de translation, de réflexion ou d'allongement sur les fonctions suivantes : <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>f(x) = a \sin [b(x + c)] + d</math></li> <li>• <math>f(x) = a \cos [b(x + c)] + d</math></li> <li>• <math>f(x) = a \tan [b(x + c)]</math></li> </ul> </li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• trouver l'équation d'une droite, étant données deux des conditions qui la définissent;</li> <li>• résoudre des systèmes à deux équations : linéaire – linéaire linéaire – quadratique quadratique – quadratique.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur habileté à résoudre des problèmes, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• exprimer les données d'un problème sous forme d'équation ou d'inéquation.</li> </ul>

ATTENTES GÉNÉRALES POUR L'APPRENANT	COMPRÉHENSION DES CONCEPTS
<p><i>Les élèves devraient</i> comprendre que les solutions finales peuvent prendre différentes formes équivalentes. Pour démontrer leur compréhension, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• illustrer par des exemples les différences entre les preuves intuitives et rigoureuses dans le contexte de limites, de dérivées et d'intégrales;</li> <li>• exprimer les solutions algébriques et trigonométriques finales dans une variété de formes équivalentes, la forme choisie étant celle la plus appropriée à la tâche à exécuter.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur compréhension des concepts de formes équivalentes, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• décrire ce que cela signifie avoir deux expressions algébriques ou trigonométriques qui sont équivalentes.</li> </ul>

CONNAISSANCE DES PROCÉDÉS	CONTEXTES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES
<p><i>Pour démontrer</i> leur capacité à utiliser les procédés associés à la construction de formes équivalentes, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• mettre en facteurs, en employant diverses techniques, des expressions comportant des exposants entiers ou rationnels;</li> <li>• rendre rationnelles des expressions contenant un numérateur ou un dénominateur qui inclut un radical;</li> <li>• simplifier des expressions rationnelles en utilisant n'importe laquelle des quatre opérations de base.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur habileté à résoudre des problèmes, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• montrer la différence entre une vérification et une preuve dans la comparaison de deux expressions algébriques ou trigonométriques.</li> </ul>

ATTENTES GÉNÉRALES POUR L'APPRENANT	COMPRÉHENSION DES CONCEPTS
<p><i>Les élèves devraient</i> comprendre que pour décrire le changement il faut définir avec précision le concept de limite et appliquer rigoureusement les règles de limites. Pour démontrer leur compréhension, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• identifier et donner des exemples des forces et des faiblesses propres à l'utilisation de la technologie dans le calcul de limites, de dérivées et d'intégrales;</li> <li>• illustrer par des exemples les différences entre les preuves intuitives et rigoureuses dans le contexte de limites, de dérivées et d'intégrales;</li> <li>• donner des exemples de limites de suites et de fonctions, pour les valeurs finies et infinies de la variable indépendante;</li> <li>• calculer les limites de fonctions, à l'aide de définitions, de règles de limites, et de méthodes utilisant une calculatrice ou un ordinateur.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur compréhension des concepts de limites et de règles de limites, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• expliquer le concept d'une limite;</li> <li>• donner des exemples de fonctions avec des limites, des limites à gauche et à droite, ou sans limites;</li> <li>• donner des exemples de fonctions bornées et non bornées et de fonctions bornées sans limites;</li> <li>• expliquer, par des exemples, les fonctions continues et discontinues;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• définir la limite d'une suite infinie et d'une série infinie;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• expliquer les règles de la limite d'une somme, d'une différence, d'un multiple, d'un produit, d'un quotient et d'une puissance;</li> <li>• illustrer, à l'aide d'exemples appropriés, les règles de la limite d'une somme, d'une différence, d'un multiple, d'un produit, d'un quotient et d'une puissance.</li> </ul>



CONNAISSANCE DES PROCÉDÉS	CONTEXTES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES
<p><i>Pour démontrer</i> leur capacité à utiliser les procédés associés aux limites et aux règles des limites, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>déterminer la limite de toute fonction algébrique lorsque la variable indépendante tend vers des valeurs finies ou infinies, aussi bien pour les fonctions continues que discontinues;</li> <li>esquisser des graphiques de fonctions continues et discontinues, en utilisant les limites, les ordonnées et abscisses à l'origine et la symétrie;</li> </ul> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>calculer la somme d'une série géométrique convergente infinie;</li> </ul> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>utiliser les définitions et les règles de limites pour déterminer la limite de toute fonction algébrique lorsque la variable indépendante s'approche d'une valeur fixe;</li> <li>utiliser les définitions et les règles de limites pour déterminer la limite de toute fonction algébrique lorsque la variable indépendante tend vers <math>\pm \infty</math>.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur habileté à résoudre des problèmes, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>démontrer et illustrer de façon géométrique les limites trigonométriques suivantes;</li> </ul> $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{x} \right) \text{ ou } \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x}{\sin x} \right) = 1$ <p>ET</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\cos x - 1}{x} \right) = 0$ <ul style="list-style-type: none"> <li>utiliser les limites fondamentales d'expressions trigonométriques ainsi que les règles de limites pour déterminer les limites d'expressions trigonométriques plus complexes;</li> <li>comparer les procédés numériques et algébriques pour la détermination de limites algébriques et trigonométriques.</li> </ul>

## DÉRIVÉES ET RÈGLES DE DÉRIVATION (Obligatoire)

### Vue générale

Le concept de la pente d'une droite peut être développé davantage de manière à faire comprendre intuitivement aux élèves le sens de la pente en un point sur une courbe. En examinant les pentes de sécantes et en utilisant le concept de limites, on peut ainsi bien définir la dérivée. Les règles de dérivation sont utilisées seulement pour trouver les dérivées de fonctions algébriques et trigonométriques.

### Résumé des résultats prévus pour l'élève

À la fin de cette section, les élèves devraient pouvoir trouver les dérivées de fonctions algébriques et trigonométriques et déterminer les équations de droites tangentes en des points spécifiques. Pour des fonctions choisies, ils devront aussi prouver les dérivées, en partant de la définition de la dérivée. Les élèves utiliseront les règles de dérivation d'une puissance, d'un produit, d'un quotient et la règle de dérivation en chaîne pour calculer les dérivées de ces fonctions. Ils devraient pouvoir aussi utiliser la dérivation implicite pour trouver les dérivées de certaines relations algébriques et trigonométriques.

ATTENTES GÉNÉRALES POUR L'APPRENANT	COMPRÉHENSION DES CONCEPTS
<p><i>Les élèves devraient</i> comprendre que la dérivée d'une fonction en un point est une limite que l'on peut déterminer en partant des principes de base. Pour démontrer leur compréhension, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>illustrer par des exemples les différences entre les preuves intuitives et rigoureuses dans le contexte de limites, de dérivées et d'intégrales;</li> <li>relier la dérivée à une limite particulière et exprimer cette limite dans des situations telles que de droites sécantes et tangentes à une courbe;</li> <li>calculer les dérivées de fonctions, à l'aide de définitions, de règles de dérivation et de méthodes utilisant une calculatrice ou un ordinateur.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur compréhension des concepts de dérivées, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>montrer que la pente d'une tangente est une limite;</li> <li>expliquer comment la dérivée d'une fonction polynomiale peut être estimée, à l'aide d'une suite de sécantes;</li> <li>expliquer comment la dérivée est reliée à la pente de la tangente;</li> </ul> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>reconnaître que <math>f(x) = x^n</math> peut être dérivé lorsque <math>n \in R</math>;</li> <li>identifier les notations <math>f'(x)</math>, <math>y'</math> et <math>\frac{dy}{dx}</math> comme des formes de notations alternatives pour la dérivée première d'une fonction;</li> <li>expliquer les règles de dérivation d'une somme et d'une différence : <math>(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x)</math>;</li> <li>expliquer le sens des règles de dérivation d'une somme et d'une différence, à l'aide d'exemples pratiques.</li> </ul>

CONNAISSANCE DES PROCÉDÉS	CONTEXTES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES
<p><i>Pour démontrer</i> leur capacité à utiliser les procédés associés à la dérivation, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• trouver les pentes et les équations de tangentes en des points donnés sur une courbe, à l'aide de la définition de la dérivée;</li> <li>• estimer la valeur numérique de la dérivée d'une fonction polynomiale en un point à l'aide d'une suite de sécantes;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• utiliser la définition de la dérivée afin de déterminer la dérivée de <math>f(x) = x^n</math> où <math>n</math> est un nombre entier positif;</li> <li>• dériver des fonctions polynomiales à l'aide des règles de dérivation d'une somme et d'une différence;</li> <li>• dériver des fonctions à un terme de la forme <math>x^n</math> où <math>n</math> est rationnel.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur habileté à résoudre des problèmes, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• trouver <math>f'(x)</math> pour les fonctions polynomiales jusqu'au troisième degré à l'aide de la définition de la dérivée;</li> <li>• utiliser la définition de la dérivée pour trouver <math>f'(x)</math> pour <math>f(x) = (ax + c)^n</math> où <math>n = -1</math> ou <math>n = \frac{1}{2}</math>.</li> </ul>

ATTENTES GÉNÉRALES POUR L'APPRENANT	COMPRÉHENSION DES CONCEPTS
<p><i>Les élèves devraient</i> comprendre que l'application des règles de dérivation permet de dériver des fonctions plus complexes à l'aide de dérivées de fonctions plus simples. Pour démontrer leur compréhension, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>illustrer par des exemples les différences entre les preuves intuitives et rigoureuses dans le contexte de limites, de dérivées et d'intégrales;</li> <li>relier la dérivée d'une fonction complexe à la dérivée de fonctions plus simples;</li> <li>exprimer les solutions algébriques et trigonométriques finales dans une variété de formes équivalentes, la forme choisie étant celle la plus appropriée à la tâche à exécuter;</li> <li>calculer les dérivées de fonctions à l'aide de définitions, de règles de dérivation et de méthodes utilisant une calculatrice ou un ordinateur.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur compréhension des concepts de règles de dérivation, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>démontrer que les règles de dérivation d'une puissance, d'un produit, d'un quotient et de dérivation en chaîne peuvent aider à dériver des fonctions complexes;</li> <li>reconnaître que la dérivation implicite est un outil qui permet de dériver des fonctions pour lesquelles il est difficile d'isoler une variable;</li> <li>expliquer la relation entre la dérivation implicite et la règle de dérivation en chaîne;</li> </ul> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>comparer les règles de dérivation d'une somme, d'une différence, d'un produit et d'un quotient tant à leurs limites qu'à leurs dérivées;</li> <li>expliquer la dérivation des règles de dérivation d'un produit et d'un quotient;  <math>(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)</math>  <math display="block">\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}</math> </li> <li>expliquer les règles de dérivation d'un produit et d'un quotient à l'aide d'exemples pratiques;</li> </ul> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>illustrer les dérivées de deuxième, troisième et d'autres degrés plus élevés de fonctions algébriques;</li> <li>décrire géométriquement la dérivée seconde.</li> </ul>

CONNAISSANCE DES PROCÉDÉS	CONTEXTES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES
<p><i>Pour démontrer</i> leur capacité à utiliser les procédés associés aux règles de dérivation, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• trouver la dérivée de fonction polynomiale, de puissance, de produit ou de quotient;</li> <li>• appliquer la règle de dérivation en chaîne en combinaison avec la règle du produit et du quotient;</li> <li>• utiliser la méthode de dérivation implicite;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• écrire les solutions finales sous forme de facteurs;</li> <li>• trouver la pente et les équations des tangentes en des points donnés sur une courbe;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• trouver la dérivée seconde et la dérivée troisième de fonctions.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur habileté à résoudre des problèmes, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• développer la règle de dérivation du quotient à partir de celle du produit;</li> <li>• montrer qu'on peut trouver des formes équivalentes de la dérivée d'une fonction rationnelle en appliquant les règles de dérivation d'un produit et d'un quotient;</li> <li>• déterminer la dérivée d'une fonction exprimée sous la forme d'un produit de plus de deux facteurs;</li> <li>• déterminer la dérivée seconde d'une fonction définie implicitement;</li> </ul> <p>ET, un ou plus des énoncés suivants :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• montrer que la dérivée d'une relation est identique, qu'on l'obtienne par dérivation implicite ou explicite;</li> <li>• déterminer les équations de droites tangentes à de coniques canoniques.</li> </ul>

ATTENTES GÉNÉRALES POUR L'APPRENANT	COMPRÉHENSION DES CONCEPTS
<p><i>Les élèves devraient</i> comprendre que les fonctions trigonométriques ont des dérivées et que celles-ci obéissent aux mêmes règles de dérivation que les fonctions algébriques. Pour démontrer leur compréhension, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• identifier et donner des exemples des forces et des faiblesses propres à l'utilisation de la technologie dans le calcul de limites, de dérivées et d'intégrales;</li> <li>• illustrer par des exemples les différences entre les preuves intuitives et rigoureuses dans le contexte de limites, de dérivées et d'intégrales;</li> <li>• relier la dérivée d'une fonction complexe à la dérivée de fonctions plus simples;</li> <li>• calculer les dérivées de fonctions à l'aide de définitions, de règles de dérivation, et de méthodes utilisant une calculatrice ou un ordinateur.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur compréhension des concepts de dérivées de fonctions trigonométriques, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• démontrer que les trois fonctions primaires trigonométriques ont des dérivées en tous les points où les fonctions sont définies;</li> <li>• expliquer comment il est possible d'estimer la dérivée d'une fonction trigonométrique à l'aide d'une suite de sécantes.</li> </ul>

CONNAISSANCE DES PROCÉDÉS	CONTEXTES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES
<p><i>Pour démontrer</i> leur capacité à utiliser les procédés associés à la dérivation de fonctions trigonométriques, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• calculer les dérivées des trois fonctions trigonométriques primaires et des trois fonctions trigonométriques inverses (sécante, cosécante, cotangente);</li> <li>• estimer la valeur numérique de la dérivée d'une fonction trigonométrique en un point à l'aide d'une suite de sécantes;</li> <li>• appliquer les règles de dérivation d'une puissance, d'un produit, d'un quotient et la règle de dérivation en chaîne pour trouver les dérivées de fonctions trigonométriques plus complexes;</li> <li>• utiliser la dérivée d'une fonction trigonométrique pour en calculer la pente en un point et l'équation de la tangente en ce point.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur habileté à résoudre des problèmes, les élèves devront :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• utiliser la définition de la dérivée pour déterminer la dérivée des fonctions sinus et cosinus;</li> <li>• expliquer pourquoi on doit utiliser la mesure en radians pour le calcul différentiel de fonctions trigonométriques.</li> </ul>

## APPLICATION DES DÉRIVÉES (Obligatoire)

### Vue générale

Dans le domaine des mathématiques pures on examinera l'esquisse de graphiques de fonctions polynomiales, de fonctions algébriques rationnelles et de fonctions trigonométriques simples. Les dérivées sont utilisées pour résoudre des problèmes de maximums et de minimums dans des contextes économiques et géométriques ainsi que pour résoudre des problèmes de taux de variation liés dans des contextes géométriques et algébriques.

## Résumé des résultats prévus pour l'élève

À la fin de cette section, les élèves devraient pouvoir esquisser de façon systématique des graphiques de fonctions polynomiales, rationnelles algébriques et trigonométriques à une variable. Ils devraient pouvoir résoudre des problèmes de maximums et de minimums, ou des problèmes de taux de variation liés, dans des contextes économiques et géométriques et élaborer des modèles pour des problèmes de maximums et de minimums et des problèmes de taux de variation liés dans des contextes géométriques. On s'attend également à ce qu'ils puissent utiliser les méthodes de dérivation pour résoudre des problèmes basés sur les modèles ainsi construits.

ATTENTES GÉNÉRALES POUR L'APPRENANT	COMPRÉHENSION DES CONCEPTS
<p><i>Les élèves devraient</i> comprendre que le calcul différentiel et intégral est un outil efficace pour déterminer les points maximums et minimums, et pour représenter graphiquement des courbes. Pour démontrer leur compréhension, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• expliquer le lien entre les zéros de la fonction dérivée et les points critiques sur la courbe originale;</li> <li>• utiliser les liens entre un problème donné et un autre plus simple ou équivalent, ou déjà résolu, pour résoudre le problème original;</li> <li>• construire des modèles mathématiques pour décrire des situations dans des contextes variés, à l'aide de fonctions algébriques et trigonométriques à une seule variable réelle;</li> <li>• déterminer les valeurs optimales d'une variable dans différents contextes, à l'aide des concepts de valeurs maximale et minimale d'une fonction;</li> <li>• esquisser les graphiques de fonctions, à l'aide du concept de valeurs critiques, et comparer ces graphiques à ceux, des mêmes fonctions, tracés par un ordinateur;</li> <li>• ajuster des modèles mathématiques à des situations décrites par des ensembles de données.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur compréhension des concepts de maximums et de minimums, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• identifier sur un graphique les points où les dérivées première et seconde sont nulles;</li> <li>• illustrer sous quelles conditions il y aura symétrie par rapport à l'axe des <math>x</math>, à l'axe des <math>y</math> ou par rapport à l'origine;</li> <li>• montrer que le signe de la dérivée première indique que la courbe croît ou décroît, et que le signe de la dérivée seconde indique que la courbe est concave ou convexe;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• illustrer, par des exemples, qu'une dérivée première nulle est une condition possible pour obtenir un maximum ou un minimum;</li> <li>• expliquer les circonstances dans lesquelles surviennent des valeurs maximales et des valeurs minimales quand <math>f'(x)</math> n'est pas zéro;</li> <li>• montrer, par des exemples, qu'une dérivée seconde nulle est une condition possible pour qu'il y ait un point d'inflexion;</li> <li>• montrer la différence entre les maximums et les minimums locaux et les maximums et les minimums absolus dans un intervalle;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• spécifier quand il est approprié de trouver une valeur maximale et quand il est approprié de trouver une valeur minimale.</li> </ul>



CONNAISSANCE DES PROCÉDÉS	CONTEXTES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES
<p><i>Pour démontrer</i> leur capacité à utiliser les procédés associés à la détermination de maximums et de minimums, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• esquisser les graphiques des dérivées première et seconde d'une fonction dont l'expression algébrique ou graphique est donnée;</li> <li>• utiliser les zéros et les ordonnées et abscisses à l'origine pour esquisser un graphique;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• déterminer, à l'aide des dérivées première et seconde, les maximums, les minimums et les points d'inflexion d'une fonction et s'en servir pour esquisser un graphique;</li> <li>• déterminer les asymptotes verticales, horizontales, et obliques ainsi que le domaine et l'image d'une fonction;</li> <li>• trouver les intervalles où la dérivée est plus grande, ou plus petite que zéro, de façon à déterminer où la fonction croît ou décroît;</li> <li>• vérifier si un point critique indique un maximum ou un minimum;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• utiliser un modèle donné, sous forme d'équation ou de graphique, pour trouver les maximums ou les minimums qui permettent de résoudre un problème.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur habileté à résoudre des problèmes, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• utiliser une méthode systématique fondée sur le calcul différentiel pour esquisser un graphique de fonctions algébriques et trigonométriques;</li> <li>• comparer les graphiques tracés à l'aide d'une calculatrice et ceux tracés au moyen d'une méthode systématique fondée sur le calcul différentiel;</li> <li>• calculer les maximums et les minimums pour des quantités telles que les volumes, les aires, les périmètres et les coûts;</li> <li>• montrer, en utilisant des dérivées, les liens entre les équations de modélisation, les points critiques résultant sur les graphiques et les solutions pour des problèmes de géométrie, d'économie et de mouvement;</li> </ul> <p>ET, un ou plus des énoncés suivants :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• construire un modèle mathématique pour représenter un problème de géométrie et utiliser le modèle pour trouver les maximums et/ou les minimums;</li> <li>• construire un modèle mathématique pour représenter un problème en économie et utiliser le modèle pour trouver les profits maximums ou les coûts minimums;</li> <li>• construire un modèle mathématique pour représenter un problème de mouvement et utiliser le modèle pour trouver le maximum ou le minimum soit du temps soit de la distance.</li> </ul>

ATTENTES GÉNÉRALES POUR L'APPRENANT	COMPRÉHENSION DES CONCEPTS
<p><i>Les élèves devraient</i> comprendre que des taux de variation compliqués peuvent être ramenés à des taux plus simples à l'aide de la règle de dérivation en chaîne. Pour démontrer leur compréhension, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• faire le lien entre la dérivée d'une fonction complexe et celle de fonctions plus simples;</li> <li>• combiner et modifier des procédés de solution bien connus pour former un nouveau procédé de solution à un problème connexe;</li> <li>• utiliser les liens entre un problème donné et un autre plus simple, équivalent, ou déjà résolu, pour résoudre le problème original;</li> <li>• établir, de manière intuitive, des preuves géométriques permettant de généraliser les concepts de pente, d'aire, de moyenne et de taux de variation;</li> <li>• expliquer le lien entre une dérivée et le taux de variation approprié, et utiliser ce lien pour exprimer des taux de variation compliqués à l'aide de taux de variation plus simples.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur compréhension des concepts de taux de variation liés, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• montrer comment la règle de dérivation en chaîne peut servir pour représenter la relation entre deux taux de variation ou plus;</li> <li>• reconnaître la lucidité qu'apporte la notation de Leibniz pour exprimer les taux de variation liés;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• montrer le taux de variation en fonction du temps d'une fonction <math>y = f(x)</math> ou d'une relation <math>R(x, y) = 0</math>.</li> </ul>

CONNAISSANCE DES PROCÉDÉS	CONTEXTES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES
<p><i>Pour démontrer</i> leur capacité à utiliser les procédés associés aux taux de variation liés, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• utiliser la règle de dérivation en chaîne pour trouver la dérivée d'une fonction relativement à une variable externe, tel que le temps;</li> <li>• utiliser la notation de Leibniz pour représenter des taux de variation liés;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• établir une règle de dérivation en chaîne pour les taux de variation liés en utilisant les variables appropriées;</li> <li>• calculer les taux de variation liés en utilisant les dérivées en fonction du temps pour les aires, les volumes, les surfaces et le mouvement relatif;</li> <li>• calculer les taux de variation liés en fonction du temps, étant donné une équation qui modèle des circuits électroniques ou d'autres situations en ingénierie;</li> <li>• utiliser la règle de dérivation en chaîne pour dériver une fonction de l'accélération par rapport à la position, étant donné une fonction de vitesse exprimée par rapport à la position.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur habileté à résoudre des problèmes, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• élaborer un modèle mathématique pour représenter les taux de variation en fonction du temps, de mesures linéaires, d'aires, de volumes, de surfaces, etc.;</li> <li>• résoudre des problèmes qui sont reliés aux taux de variation liés et qui utilisent des modèles contenant des fonctions trigonométriques primaires.</li> </ul>

## INTÉGRALES, RÈGLES D'INTÉGRATION ET APPLICATIONS DES INTÉGRALES (Obligatoire)

### Vue générale

À l'opération de trouver les dérivées correspond l'opération opposée de trouver les primitives. On peut définir l'aire sous une courbe comme la limite de la somme des aires de petits rectangles sous cette courbe et trouver cette aire à partir de cette définition. Le théorème fondamental du calcul intégral établit un lien entre la solution du problème de l'aire et la détermination de primitives spéciales. Comme pour les dérivées, l'usage de règles d'intégration rend la détermination de primitives et d'aires beaucoup plus

facile. Les dérivées et les intégrales peuvent être mises en relation dans le contexte du mouvement rectiligne non uniforme.

### Résumé des résultats prévus pour l'élève

À la fin de cette section, les élèves devraient pouvoir trouver les primitives de toute fonction polynomiale ainsi que les primitives de fonctions rationnelles, algébriques et trigonométriques les plus simples. Ils devront pouvoir utiliser les primitives pour trouver l'aire sous une courbe et utiliser le rapport entre les dérivées et les intégrales pour établir une relation entre le déplacement, la vitesse et l'accélération.

ATTENTES GÉNÉRALES POUR L'APPRENANT	COMPRÉHENSION DES CONCEPTS
<p><i>Les élèves devraient</i> comprendre qu'il existe une opération opposée à la détermination de la dérivée : la détermination de la primitive. Pour démontrer leur compréhension, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• illustrer par des exemples les différences entre les preuves intuitives et rigoureuses dans le contexte de limites, de dérivées et d'intégrales;</li> <li>• comprendre que l'intégration peut être considérée comme l'opération opposée à la dérivation;</li> <li>• calculer les intégrales définies et indéfinies de fonctions simples, à l'aide de primitives, de règles d'intégration, et de méthodes utilisant une calculatrice ou un ordinateur;</li> <li>• utiliser les liens entre un problème donné et un autre plus simple, équivalent, ou déjà résolu, pour résoudre le problème original.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur compréhension des concepts de primitives, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• expliquer que la dérivation a une opération opposée;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• montrer que plusieurs fonctions différentes ont la même dérivée;</li> <li>• montrer, sur le même plan cartésien, une famille de courbes qui forment une suite de fonctions qui ont toutes la même dérivée.</li> </ul>

Les élèves devront pouvoir illustrer géométriquement les propriétés des primitives, des intégrales définies et le théorème fondamental du calcul intégral.

COMPRÉHENSION DES CONCEPTS	CONTEXTES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES
<p><i>Pour démontrer</i> leur capacité à utiliser les procédés associés aux primitives, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• trouver les primitives de polynômes, de fonctions algébriques rationnelles et de fonctions trigonométriques;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• déterminer la famille de courbes dont la dérivée première est donnée;</li> <li>• résoudre, en utilisant la méthode de séparation des variables, des équations différentielles du premier ordre en trouvant les solutions générales et particulières.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur habileté à résoudre des problèmes, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• trouver les primitives de fonctions rationnelles et de puissances polynomiales par les méthodes de la comparaison et de l'observation;</li> <li>• déterminer les primitives de fonctions polynomiales, rationnelles et trigonométriques.</li> </ul>

ATTENTES GÉNÉRALES POUR L'APPRENANT	COMPRÉHENSION DES CONCEPTS
<p><i>Les élèves devraient</i> comprendre que l'aire sous une courbe peut être exprimée comme étant la limite de la somme de petits rectangles. Pour démontrer leur compréhension, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• identifier et donner des exemples des forces et des faiblesses propres à l'utilisation de la technologie dans le calcul de limites, de dérivées et d'intégrales;</li> <li>• illustrer par des exemples les différences entre les preuves intuitives et rigoureuses dans le contexte de limites, de dérivées et d'intégrales;</li> <li>• établir, de manière intuitive, des preuves géométriques permettant de généraliser les concepts de pente, d'aire, de moyenne et de taux de variation.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur compréhension des concepts de limites d'aires, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• définir l'aire sous une courbe comme étant une limite des sommes des aires de rectangles;</li> <li>• établir l'existence de bornes supérieure et inférieure pour l'aire sous une courbe.</li> </ul>

CONNAISSANCE DES PROCÉDÉS	CONTEXTES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES
<p><i>Pour démontrer</i> leur capacité à utiliser les procédés associés aux limites d'aires, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>représenter graphiquement l'aire sous une courbe (polynomiale, rationnelle, trigonométrique) pour un intervalle donné, et déterminer l'aire approximative sous cette courbe comme étant la somme de rectangles individuels.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur habileté à résoudre des problèmes, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>faire ressortir les similitudes et les différences entre les intégrales définies et les aires sous les courbes.</li> </ul>

ATTENTES GÉNÉRALES POUR L'APPRENANT	COMPRÉHENSION DES CONCEPTS
<p><i>Les élèves devraient</i> comprendre qu'il est possible de faire le lien entre l'aire sous une courbe et la primitive de la fonction qui définit la courbe et s'en servir pour déterminer les aires sous et entre les courbes. Pour démontrer leur compréhension, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>illustrer par des exemples les différences entre les preuves intuitives et rigoureuses dans le contexte de limites, de dérivées et d'intégrales;</li> <li>comprendre que l'intégration peut être considérée comme l'opération opposée à la dérivation;</li> <li>décrire les liens entre l'intégration d'une fonction et la détermination d'aires et de moyennes;</li> <li>calculer les intégrales définies et indéfinies de fonctions simples à l'aide de primitives, de règles d'intégration, et de méthodes utilisant une calculatrice ou un ordinateur;</li> <li>calculer la valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle;</li> <li>établir, de manière intuitive, des preuves géométriques permettant de généraliser les concepts de pente, d'aire, de moyenne et de taux de variation.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur compréhension des concepts d'intégrales définies, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>identifier l'intégrale indéfinie <math>\int f(x) dx</math> comme une somme d'une primitive <math>F(x)</math> et d'une constante <math>c</math>;</li> <li>expliquer que l'intégrale définie, entre les bornes fixes <math>a</math> et <math>b</math>, est le nombre <math>F(b) - F(a)</math>;</li> </ul> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>expliquer le rapport entre les valeurs numériques de l'aire et l'intégrale définie pour des fonctions <math>f</math> de signe constant et de signe qui change;</li> <li>illustrer les propriétés suivantes des intégrales;</li> </ul> $\int_a^b cf(x)dx = c \int_a^b f(x)dx$ $\int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$ <hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>décrire la signification du théorème fondamental du calcul intégral;</li> <li>expliquer comment le théorème fondamental du calcul intégral relie la limite de l'aire sous une courbe à la primitive d'une fonction qui décrit cette courbe.</li> </ul>



CONNAISSANCE DES PROCÉDÉS	CONTEXTES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES
<p><i>Pour démontrer</i> leur capacité à utiliser les procédés associés aux intégrales définies, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• calculer l'intégrale définie de fonctions polynomiales, rationnelles et trigonométriques;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• déterminer l'aire entre une courbe et l'axe des <math>x</math> pour un domaine donné;</li> <li>• déterminer l'aire entre une courbe et l'axe des <math>x</math> : <ul style="list-style-type: none"> <li>– si <math>f(x)</math> est de signe constant sur un intervalle donné;</li> <li>– si <math>f(x)</math> change de signe sur un intervalle donné;</li> </ul> </li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• déterminer l'aire entre des courbes sur un intervalle donné;</li> <li>• déterminer l'aire entre des courbes qui se coupent.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur habileté à résoudre des problèmes, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• lier la valeur de l'intégrale, entre <math>x = a</math> et <math>x = b</math>, à l'aire entre la courbe et l'axe des <math>x</math>, sur l'intervalle fermé <math>[a, b]</math>;</li> <li>• utiliser les règles d'intégration, comme les règles ci-dessous, pour simplifier les intégrales définies; <math display="block">\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx</math> <math display="block">\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx</math> </li> <li>• utiliser les règles d'intégration pour simplifier des intégrales plus complexes;</li> <li>• illustrer les conditions nécessaires pour qu'une fonction soit dérivable ou intégrable.</li> </ul>

ATTENTES GÉNÉRALES POUR L'APPRENANT	COMPRÉHENSION DES CONCEPTS
<p><i>Les élèves devraient</i> comprendre que la vitesse et l'accélération correspondent respectivement à la première et à la dérivée seconde du déplacement en fonction du temps. Lorsque l'une des trois fonctions est connue, on peut obtenir les deux autres en trouvant des dérivées ou des primitives. Pour démontrer leur compréhension, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• faire le lien entre le déplacement, la vitesse et l'accélération d'un corps en mouvement rectiligne à vitesse non uniforme;</li> <li>• calculer le déplacement, la vitesse et l'accélération d'un corps en mouvement rectiligne à vitesse non uniforme;</li> <li>• calculer la valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle;</li> <li>• établir, de manière intuitive, des preuves géométriques permettant de généraliser les concepts de pente, d'aire, de moyenne et de taux de variation.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur compréhension des concepts de la relation entre le déplacement, la vitesse et l'accélération, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• décrire le mouvement d'un corps, à l'aide de représentations graphiques des dérivées première et seconde;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• expliquer la différence entre un point stationnaire et un point qui fait un demi-tour dans le contexte du mouvement rectiligne;</li> <li>• illustrer les concepts de dérivées et de primitives dans le contexte de déplacement, de vitesse et d'accélération.</li> </ul>

CONNAISSANCE DES PROCÉDÉS	CONTEXTES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES
<p><i>Pour démontrer</i> leur capacité à utiliser les procédés associés au déplacement, à la vitesse et à l'accélération, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• estimer une vitesse instantanée en utilisant les pentes de sécantes pour représenter des vitesses moyennes;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• trouver les dérivées première et seconde d'une fonction de position, pour obtenir des fonctions de vitesse instantanée et d'accélération instantanée étant donné que la fonction de position est une fonction algébrique ou trigonométrique de temps;</li> <li>• utiliser les primitives de fonctions d'accélération et de vitesse pour obtenir les fonctions de vitesse et de déplacement.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur habileté à résoudre des problèmes, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• résoudre des problèmes reliés à la distance, à la vitesse et à l'accélération, dont les modèles sont limités à ceux des formes <math>y'(t) = f(t)</math> et <math>y''(t) = f(t)</math>;</li> <li>• dériver les équations cinématiques suivantes, en partant de l'expression <math>a = \text{constante}</math>;  <math display="block">v = at + v_0</math> <math display="block">v^2 = v_0^2 + 2ad</math> <math display="block">d = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + d_0</math> </li> <li>• déterminer les équations de vitesse et d'accélération dans le mouvement harmonique simple, en partant de l'équation du déplacement :  <math display="block">x = A \cos(kt + c).</math> </li> </ul>

**ATTENTES SPÉCIFIQUES POUR  
L'APPRENANT DE LA PARTIE  
FACULTATIVE**

**CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL DE  
FONCTIONS EXPONENTIELLES ET LOGA-  
RITHMIQUES (Facultatif)**

**Vue générale**

Le calcul différentiel et intégral de fonctions exponentielles et logarithmiques trouve plusieurs applications importantes en faisant des modèles de phénomènes naturels, telles que la croissance et la décroissance naturelles, et aussi en faisant des modèles de

problèmes impliquant le retour à l'équilibre, tels que ceux dans des réactions thermiques et chimiques. L'étude de logarithmes naturels et de la fonction exponentielle à base naturelle est essentielle pour établir les dérivées et les intégrales de toutes ces fonctions ainsi que pour leurs applications. Cette section facultative, ensemble avec la section facultative « Applications du calcul différentiel et intégral aux sciences biologiques », peut être présentée comme un tout intégral.

ATTENTES GÉNÉRALES POUR L'APPRENANT	COMPRÉHENSION DES CONCEPTS
<p><i>Les élèves devraient</i> comprendre que les fonctions exponentielles et logarithmiques ont des limites, des dérivées et des intégrales qui obéissent aux mêmes règles que les fonctions algébriques et trigonométriques. Pour démontrer leur compréhension, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• calculer les limites de fonctions à l'aide de définitions, de règles de limites, et de méthodes utilisant une calculatrice ou un ordinateur;</li> <li>• calculer les dérivées de fonctions à l'aide de définitions, de règles de dérivation et de méthodes utilisant une calculatrice ou un ordinateur;</li> <li>• calculer les intégrales définies et indéfinies de fonctions simples, à l'aide de primitives, de règles d'intégration, et de méthodes utilisant une calculatrice ou un ordinateur;</li> <li>• construire des modèles mathématiques pour décrire des situations dans des contextes variés, à l'aide de fonctions algébriques et trigonométriques à une seule variable réelle;</li> <li>• ajuster des modèles mathématiques à des situations décrites par des ensembles de données.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur compréhension des concepts du calcul différentiel et intégral de fonctions exponentielles et logarithmiques, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• définir les fonctions exponentielles et logarithmiques comme des fonctions réciproques;</li> <li>• expliquer que <math>e</math> est un nombre spécial qui peut être défini comme une limite;</li> <li>• exprimer <math>e</math> et <math>e^x</math> comme des limites;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• démontrer que la dérivée d'une fonction exponentielle ou logarithmique peut être dérivée à partir de la définition de la dérivée;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• démontrer que les fonctions exponentielles et logarithmiques de base <math>e</math> constituent un cadre approprié pour développer le calcul différentiel et intégral de fonctions similaires de n'importe quelle base;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• montrer comment utiliser les fonctions exponentielles et logarithmiques pour modéliser certains problèmes naturels de croissance, de décroissance et de retour à un état d'équilibre.</li> </ul>

## Résumé des résultats prévus pour l'élève

À la fin de cette section facultative, les élèves devraient pouvoir dériver, intégrer et représenter symboliquement et graphiquement des fonctions exponentielles et logarithmiques. Ils devraient aussi pouvoir résoudre des problèmes où l'équation de modélisation est donnée et construire des équations qui modèlent une situation selon des paramètres donnés.

CONNAISSANCE DES PROCÉDÉS	CONTEXTES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES
<p><i>Pour démontrer</i> leur capacité à utiliser les procédés associés au calcul différentiel et intégral de fonctions exponentielles et logarithmiques, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• estimer les valeurs des limites <math>e</math> et <math>e^x</math>;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• évaluer approximativement les pentes de <math>y = e^x</math> et <math>y = \ln x</math> pour des valeurs spécifiques de <math>x</math>;</li> <li>• trouver la dérivée et la primitive de la fonction exponentielle de base <math>e</math>;</li> <li>• évaluer, en appliquant les règles des limites, les limites de fonctions exponentielles et logarithmiques simples;</li> <li>• trouver la dérivée de la fonction logarithmique naturelle;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• trouver les dérivées des fonctions logarithmiques de base autre que <math>e</math>;</li> <li>• trouver les dérivées et les primitives des fonctions exponentielles de base autre que <math>e</math>;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• évaluer <math>\int_a^b \frac{1}{x} dx</math> et <math>\int_a^b e^{kx} dx</math>;</li> <li>• résoudre les équations différentielles <math>y' = ky</math> et <math>y' = f(t)</math> et <math>y' = k(y - y_0)</math>.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur habileté à résoudre des problèmes, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• trouver les maximums et les minimums de fonctions données comportant des fonctions exponentielles et logarithmiques;</li> <li>• déterminer les aires bornées par des fonctions exponentielles, logarithmiques ou fonctions inverses;</li> </ul> <p>ET un ou plus des énoncés suivants :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• lier la croissance naturelle, la décroissance naturelle et le retour à l'équilibre aux équations différentielles <math>y' = ky</math> ou <math>y' = k(y - y_0)</math>;</li> <li>• résoudre des problèmes de croissance et de décroissance naturelles, à l'aide des équations <math>y' = ky</math> ou <math>y' = k(y - y_0)</math>;</li> <li>• ajuster des modèles exponentiels à des données observées;</li> <li>• calculer la distance, la vitesse et l'accélération de corps en chute libre, en tenant compte de la résistance de l'air;</li> <li>• établir un lien entre l'intégrale <math>\int_a^b \frac{dx}{px + q}</math> et l'intégrale <math>\int_a^b \frac{dx}{x}</math>.</li> </ul>

## MÉTHODES NUMÉRIQUES (Facultatif)

### Vue générale

Les limites et les dérivées sont parfois difficiles à calculer par les méthodes algébriques, mais on peut souvent les calculer plus facilement par des approximations et des estimations numériques. Dans le cas des intégrales définies, la plupart des fonctions ne peuvent pas être intégrées exactement et c'est pourquoi il faut utiliser les méthodes numériques. Cette section traite, de façon équilibrée, de méthodes intuitives basées sur le tâtonnement et de méthodes formelles, comme la méthode de Simpson, pour évaluer des intégrales définies.

### Résumé des résultats prévus pour l'élève

À la fin de cette section facultative, les élèves devraient pouvoir calculer des approximations numériques de limites, de racines d'équation et d'intégrales définies. Ils devraient aussi pouvoir saisir la relation entre ces procédés et les concepts fondamentaux du calcul différentiel et intégral étudiés dans les sections obligatoires de Mathématiques 31 et appliquer ces concepts à une variété de relations, de fonctions et d'équations. Enfin, ils devraient pouvoir évaluer la fiabilité d'un procédé numérique et communiquer les résultats de cette évaluation.

ATTENTES GÉNÉRALES POUR L'APPRENANT	COMPRÉHENSION DES CONCEPTS
<p><i>Les élèves devraient</i> comprendre qu'on peut déterminer numériquement plusieurs limites, dérivées, racines d'équation et intégrales définies. Pour démontrer leur compréhension, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• identifier et donner des exemples des forces et des faiblesses propres à l'utilisation de la technologie dans le calcul de limites, de dérivées et d'intégrales;</li><li>• calculer les limites de fonctions, à l'aide de définitions, de règles de limites et de méthodes utilisant une calculatrice ou un ordinateur;</li><li>• calculer les dérivées de fonctions, à l'aide de définitions, de règles de dérivation, et de méthodes utilisant une calculatrice ou un ordinateur;</li><li>• calculer les intégrales définies et indéfinies de fonctions simples, à l'aide de primitives, de règles d'intégration, et de méthodes utilisant une calculatrice ou un ordinateur.</li></ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur compréhension des concepts de principes de l'analyse numérique, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• décrire la différence entre une solution exacte et une solution approximative;</li><li>• identifier quand une méthode numérique particulière est susceptible de donner de mauvais résultats;</li></ul> <hr/> <ul style="list-style-type: none"><li>• expliquer la différence entre les processus itératifs et non itératifs;</li><li>• expliquer les principes de base de la méthode de Newton-Raphson pour déterminer les racines de <math>f(x) = 0</math>;</li></ul> <hr/> <ul style="list-style-type: none"><li>• décrire géométriquement le procédé sur lequel est fondé le concept de limite, de dérivée, de racine d'équation et d'intégrale;</li><li>• établir une relation entre le nombre de subdivisions dans l'intervalle d'intégration et l'exactitude de l'estimation de l'intégrale;</li><li>• montrer que toutes les formules d'intégration numériques sont des méthodes qui interpolent entre les sommes de Riemann inférieure et supérieure pour l'intégrale.</li></ul>

CONNAISSANCE DES PROCÉDÉS	CONTEXTES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES
<p><i>Pour démontrer</i> leur capacité à utiliser les procédés associés aux méthodes numériques, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• estimer la valeur d'une limite par tâtonnements systématiques;</li> <li>• calculer la valeur numérique de la dérivée en un point de la courbe, qu'une équation qui définit la courbe soit donnée ou non;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• résoudre l'équation <math>f(x) = 0</math> par tâtonnements systématiques et par la méthode de Newton-Raphson;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• calculer les sommes de Riemann inférieure et supérieure pour une intégrale définie;</li> <li>• calculer la valeur d'une intégrale définie, à l'aide de la règle du point milieu;</li> <li>• calculer la valeur d'une intégrale définie, à l'aide de la méthode des trapèzes;</li> <li>• calculer la valeur d'une intégrale définie, à l'aide de la méthode de Simpson.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur habileté à résoudre des problèmes, les élèves devront pouvoir faire un ou plus des énoncés suivants :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• comparer les erreurs obtenues par différentes méthodes lors du calcul d'intégrales définies;</li> <li>• créer un logiciel pour calculer les limites, les racines d'équation ou les intégrales définies;</li> <li>• recréer les procédés pour trouver les limites de façon que les calculs numériques soient efficaces et fiables;</li> <li>• évaluer la fiabilité d'un procédé de calcul numérique pour trouver une limite, une racine d'équation ou une intégrale définie.</li> </ul>

**VOLUMES DE RÉVOLUTION  
(Facultatif)**

**Vue générale**

On peut calculer les volumes de solides à l'aide d'intégrales triples, mais pour les volumes de solides obtenus en faisant tourner les graphiques des fonctions simples autour de l'axe des  $x$  ou des  $y$ , il ne suffit que d'une seule intégration. En utilisant les limites pour trouver une somme infinie de volumes cylindriques, on peut trouver une valeur pour un volume de révolution.

**Résumé des résultats prévus pour l'élève**

À la fin de cette section facultative, les élèves devraient pouvoir déterminer, au moyen de la méthode des disques, les volumes de solides de révolution engendrés par la rotation des graphiques de fonctions polynomiales et trigonométriques simples. Les élèves pourront également lier ce procédé à celui de trouver l'aire entre le graphique d'une fonction et l'axe des  $x$ , en utilisant la limite de la somme d'un ensemble de rectangles dont les largeurs s'approchent de zéro (somme de Riemann).

ATTENTES GÉNÉRALES POUR L'APPRENANT	COMPRÉHENSION DES CONCEPTS
<p><i>Les élèves devraient</i> comprendre qu'on peut considérer les volumes de révolution comme la limite de la somme de plus petits volumes et que cela peut être lié aux intégrales définies. Pour démontrer leur compréhension, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• décrire les liens entre l'intégration d'une fonction et la détermination d'aires et de moyennes;</li> <li>• combiner et modifier des procédés de solution bien connus pour former un nouveau procédé de solution à un problème connexe;</li> <li>• calculer les intégrales définies et indéfinies de fonctions simples, à l'aide de primitives, de règles d'intégration, et de méthodes utilisant une calculatrice ou un ordinateur;</li> <li>• utiliser les liens entre un problème donné et un autre plus simple, équivalent, ou déjà résolu, pour résoudre le problème original.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur compréhension des concepts de volumes de révolution, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• identifier le solide engendré par la rotation du graphique d'une fonction, soit entre deux bornes, ou soit entre deux graphiques;</li> <li>• expliquer le lien entre le volume de révolution et le volume d'un disque cylindrique;</li> <li>• démontrer comment la méthode des disques permet d'en arriver à la formule du volume de révolution.</li> </ul>



CONNAISSANCE DES PROCÉDÉS	CONTEXTES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES
<p><i>Pour démontrer</i> leur capacité à utiliser les procédés associés aux volumes de révolution, les élèves devront pouvoir :</p> <p>trouver le volume de révolution entre les frontières <math>a</math> et <math>b</math> pour des fonctions polynomiales et trigonométriques, à l'aide de la relation <math>V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx</math>;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>trouver le volume de révolution entre deux fonctions polynomiales ou trigonométriques en trouvant tout d'abord les points d'intersection des graphiques des deux fonctions.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur habileté à résoudre des problèmes, les élèves devront faire un ou les deux énoncés suivants :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>dériver les formules pour trouver le volume d'un cylindre, d'un cône et d'une sphère;</li> <li>faire tourner le graphique d'une fonction autour d'une droite horizontale ou verticale, autre que l'axe des <math>x</math> ou des <math>y</math>, et trouver le volume de révolution qui en résulte.</li> </ul>

**APPLICATIONS DU CALCUL DIFFÉRENTIEL  
ET INTÉGRAL AUX SCIENCES PHYSIQUES  
ET À L'INGÉNIERIE (Facultatif)**

**Vue générale**

Le calcul différentiel et intégral est très utilisé dans les sciences physiques et en ingénierie. La force, l'énergie et le mouvement peuvent être représentés par des équations différentielles comportant des fonctions algébriques et trigonométriques en fonction du temps. Ces modèles d'équation différentielle, ainsi que leurs solutions, peuvent servir à faire des hypothèses et des prédictions.

**Résumé des résultats prévus pour l'élève**

À la fin de cette section facultative, les élèves devraient pouvoir construire des modèles d'équation différentielle pour des situations simples en sciences physiques ou en ingénierie, et résoudre ces modèles qui comportent des fonctions algébriques et trigonométriques en fonction du temps.

ATTENTES GÉNÉRALES POUR L'APPRENANT	COMPRÉHENSION DES CONCEPTS
<p><i>Les élèves devraient</i> comprendre que la plupart des équations importantes en physique sont des équations différentielles et que le calcul différentiel et intégral constitue la méthode de résolution la plus efficace. Pour démontrer leur compréhension, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• faire le lien entre le déplacement, la vitesse et l'accélération d'un corps en mouvement rectiligne à vitesse non uniforme;</li> <li>• décrire les liens entre l'intégration d'une fonction et la détermination d'aires et de moyennes;</li> <li>• calculer le déplacement, la vitesse et l'accélération d'un corps en mouvement rectiligne à vitesse non uniforme;</li> <li>• calculer la valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle;</li> <li>• trouver des réponses approximatives pour des calculs complexes en simplifiant les modèles utilisés;</li> <li>• construire des modèles mathématiques pour décrire des situations dans des contextes variés, à l'aide de fonctions algébriques et trigonométriques à une seule variable réelle;</li> <li>• ajuster des modèles mathématiques à des situations décrites par des ensembles de données.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur compréhension des concepts de liens entre le calcul différentiel et intégral, les sciences physiques et l'ingénierie, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• illustrer des situations dans lesquelles il faut des équations différentielles pour représenter les problèmes;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• développer une ou plusieurs équations différentielles dans des cas tels que le mouvement linéaire, le mouvement harmonique simple, le travail, la force hydrostatique, les moments d'inertie, la désintégration radioactive ou de situations semblables;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• démontrer que le concept de valeur moyenne peut s'appliquer à des situations dans lesquelles la quantité varie avec le temps ou dans lesquelles il y a une gamme de valeurs dans un ensemble d'objets en interaction.</li> </ul>

CONNAISSANCE DES PROCÉDÉS	CONTEXTES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES
<p><i>Pour démontrer</i> leur capacité à utiliser les procédés associés à l'application du calcul différentiel et intégral aux sciences physiques et à l'ingénierie, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• résoudre des équations différentielles de type <math>y''(t) = f(t)</math>;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>résoudre des équations différentielles de type <math>y''(t) = -k^2y</math>;</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• calculer le travail accompli par toute force non uniforme <math>f(x)</math> en utilisant <math>W = \int_a^b f(x)dx</math>;</li> <li>• déterminer la moyenne quadratique pour les fonctions sinusoïdales.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur habileté à résoudre des problèmes, les élèves devront pouvoir faire un des énoncés suivants :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• déterminer la demi-vie, le taux de désintégration et l'activité d'un radio-isotope comme une fonction par rapport au temps;</li> <li>• analyser le mouvement et l'énergie dans un système de ressort oscillant (loi de Hooke);</li> <li>• analyser les forces hydrostatiques sur la surface d'objets submergés;</li> <li>• déterminer le moment d'inertie pour des corps rigides;</li> <li>• déterminer le centre de masse pour des corps individuels et pour des systèmes de corps;</li> <li>• intégrer la deuxième loi de Newton quand elle est exprimée sous la forme de <math>m''(t) = f(x)</math>.</li> </ul>

**APPLICATIONS DU CALCUL DIFFÉRENTIEL  
ET INTÉGRAL AUX SCIENCES  
BIOLOGIQUES (Facultatif)**

**Vue générale**

Plusieurs problèmes en biologie comportent des taux de croissance, des taux de désintégration et des taux de transport d'énergie et de matière au travers des frontières. Des solutions mathématiques à plusieurs de ces problèmes peuvent être trouvées en construisant des modèles d'équation différentielle qui ont des solutions impliquant des fonctions exponentielles et logarithmiques. Cette section facultative, ensemble avec la section facultative

« Calcul différentiel et intégral de fonctions exponentielles et logarithmiques », peut être présentée comme un tout intégral.

**Résumé des résultats prévus pour l'élève**

À la fin de cette section facultative, les élèves devront pouvoir construire des modèles d'équations différentielles s'appliquant à de simples situations biologiques, et résoudre ces modèles qui incluent des fonctions exponentielles et logarithmiques.

ATTENTES GÉNÉRALES POUR L'APPRENANT	COMPRÉHENSION DES CONCEPTS
<p><i>Les élèves devraient</i> comprendre que plusieurs applications importantes du calcul différentiel et intégral en sciences biologiques sont liées à des modèles impliquant la solution de l'équation différentielle <math>f'(x) = kf(x)</math>. Pour démontrer leur compréhension, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• combiner et modifier des procédés de solution bien connus pour former un nouveau procédé de solution à un problème connexe;</li> <li>• utiliser les liens entre un problème donné et un autre plus simple, équivalent, ou déjà résolu, pour résoudre le problème original;</li> <li>• trouver des réponses approximatives pour des calculs complexes en simplifiant les modèles utilisés;</li> <li>• construire des modèles mathématiques pour décrire des situations dans des contextes variés, à l'aide de fonctions algébriques et trigonométriques à une seule variable réelle;</li> <li>• ajuster des modèles mathématiques à des situations décrites par des ensembles de données.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur compréhension des concepts de liens entre le calcul différentiel et intégral et les sciences biologiques, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• définir les fonctions exponentielles et logarithmiques comme des fonctions réciproques;</li> <li>• expliquer que <math>e</math> est un nombre spécial pouvant être défini comme une limite;</li> <li>• exprimer <math>e</math> et <math>e^x</math> comme des limites;</li> <li>• démontrer que la dérivée d'une fonction exponentielle ou logarithmique peut être dérivée à partir de la définition de la dérivée;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• illustrer comment des équations différentielles peuvent être utilisées pour modeler certains problèmes en sciences biologiques impliquant la croissance, la désintégration et le mouvement au travers d'une frontière.</li> </ul>

CONNAISSANCE DES PROCÉDÉS	CONTEXTES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES
<p><i>Pour démontrer</i> leur capacité à utiliser les procédés associés à l'application du calcul différentiel et intégral aux sciences biologiques, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• estimer les valeurs des limites de <math>e</math> et de <math>e^x</math>;</li> <li>• évaluer les limites de fonctions exponentielles et logarithmiques simples, en appliquant les règles de limites;</li> <li>• évaluer approximativement les pentes de <math>y = e^x</math> et <math>y = \ln x</math> pour une valeur spécifique de <math>x</math>;</li> <li>• trouver la dérivée de la fonction logarithmique naturelle;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• trouver la dérivée et la primitive de la fonction exponentielle de base <math>e</math>;</li> <li>• résoudre les équations différentielles <math>y' = ky</math> et <math>y' = k(y - y_0)</math> par les méthodes de tâtonnement et de comparaison des coefficients;</li> <li>• vérifier que <math>y = Ae^{kx}</math> satisfait l'équation différentielle <math>y' = ky</math>.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur habileté à résoudre des problèmes, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• relier la croissance naturelle, la décroissance naturelle et le retour à l'équilibre, aux équations différentielles <math>y' = ky</math> ou <math>y' = k(y - y_0)</math>;</li> <li>• résoudre des problèmes de croissance naturelle et de décroissance naturelle, à l'aide des équations <math>y' = ky</math> ou <math>y' = k(y - y_0)</math>;</li> </ul> <p>ET, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ajuster des modèles d'équations différentielles à des données biologiques observées;</li> </ul> <p>OU faire les deux énoncés suivants :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• lier la croissance assujettie à des limites à l'équation linguistique <math>y' = ky(L - y)</math>;</li> <li>• résoudre des modèles d'équations logistiques et estimer des valeurs pour les paramètres <math>k</math> et <math>L</math> à partir de données expérimentales.</li> </ul>

**APPLICATIONS DU CALCUL DIFFÉRENTIEL  
ET INTÉGRAL AU MONDE DES AFFAIRES  
ET À L'ÉCONOMIE (Facultatif)**

**Vue générale**

Quoique les variables et les facteurs déterminant les situations économiques soient beaucoup trop nombreux pour qu'on en fasse une analyse complète, on peut simplifier plusieurs de ces situations de façon à donner aux élèves une idée des applications du calcul différentiel et intégral, dans ces domaines.

**Résumé des résultats prévus pour l'élève**

À la fin de cette section facultative, les élèves devraient pouvoir analyser un modèle économique basé sur la nécessité de maximiser les revenus et les profits tout en minimisant les coûts.

ATTENTES GÉNÉRALES POUR L'APPRENANT	COMPRÉHENSION DES CONCEPTS
<p><i>Les élèves devraient</i> comprendre que le calcul différentiel et intégral peut servir d'outil pour analyser les situations dans le monde des affaires et en économie qui ont trait au revenu, profit et coût. Pour démontrer leur compréhension, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• relier les zéros de la fonction dérivée aux points critiques sur la courbe originale;</li> <li>• trouver des réponses approximatives pour des calculs complexes en simplifiant les modèles utilisés;</li> <li>• construire des modèles mathématiques pour décrire des situations dans des contextes variés, à l'aide de fonctions algébriques et trigonométriques à une seule variable réelle;</li> <li>• déterminer les valeurs optimales d'une variable dans différents contextes, à l'aide des concepts de valeurs maximale et minimale d'une fonction;</li> <li>• esquisser les graphiques de fonctions à l'aide du concept de valeurs critiques, et comparer ces graphiques à ceux, des mêmes fonctions, tracés par un ordinateur;</li> <li>• ajuster des modèles mathématiques à des situations décrites par des ensembles de données.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur compréhension des concepts de liens entre le calcul différentiel et intégral et le monde des affaires et l'économie, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• expliquer que ces procédés mathématiques, comme ceux traités par le calcul différentiel et intégral, interviennent souvent dans le monde des affaires et en économie;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• expliquer que les deux valeurs, maximale et minimale, d'une fonction sont importantes pour la prise de décisions dans le monde des affaires et en économie.</li> </ul>

CONNAISSANCE DES PROCÉDÉS	CONTEXTES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES
<p><i>Pour démontrer</i> leur capacité à utiliser les procédés associés à l'application du calcul différentiel et intégral aux questions du monde des affaires et de l'économie, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• esquisser des graphiques de fonctions polynomiales, exponentielles et trigonométriques à une variable;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• utiliser une fonction revenu, profit ou coût pour calculer et justifier les valeurs optimales;</li> <li>• déterminer le maximum d'une fonction revenu ou d'une fonction profit, en fonction du prix ou du nombre d'articles vendus;</li> <li>• trouver le minimum d'une fonction coût qui est exprimée en fonction du prix ou en fonction du nombre d'articles vendus.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur habileté à résoudre des problèmes, les élèves devront pouvoir faire un ou les deux énoncés suivants :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• déterminer une fonction revenu, fonction profit ou fonction coût, à partir d'une situation qui peut être modélisée à l'aide de fonctions polynomiales;</li> <li>• faire un modèle du cycle économique à l'aide de fonctions trigonométriques.</li> </ul>

## THÉORÈMES DU CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL (Facultatif)

### Vue générale

Les représentations géométriques simples de la limite, de la continuité, de la dérivée et de l'intégrale fonctionnent bien pour la plupart des fonctions utilisées dans les applications aux problèmes. Cependant, il est possible de donner des exemples de conclusions trompeuses quand on utilise ces représentations. Cette section facultative donne de tels exemples et conduit l'élève à approfondir ses connaissances, tout en lui fournissant les preuves des théorèmes de base de limites, de dérivation et d'intégration.

### Résumé des résultats prévus pour l'élève

À la fin de cette section facultative, les élèves devront pouvoir illustrer la différence entre une preuve intuitive et une preuve rigoureuse, construire un contre-exemple à une hypothèse, et construire une preuve rigoureuse d'un des théorèmes plus simples de limites, de dérivation ou d'intégration.

ATTENTES GÉNÉRALES POUR L'APPRENANT	COMPRÉHENSION DES CONCEPTS
<p><i>Les élèves devraient</i> comprendre qu'on peut démontrer les théorèmes de limites, de dérivation et d'intégration à différents degrés de rigueur, qui vont de l'intuitif à l'analytique. Pour démontrer leur compréhension, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• illustrer par des exemples les différences entre les preuves intuitives et rigoureuses dans le contexte de limites, de dérivées et d'intégrales;</li> <li>• calculer la valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle;</li> <li>• établir, de manière intuitive, des preuves géométriques permettant de généraliser les concepts de pente, d'aire, de moyenne et de taux de variation.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur compréhension des concepts de ce qu'est une preuve dans le contexte de théorèmes de limites, de dérivation et d'intégration, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• prouver l'équivalence des règles du produit et du quotient pour les dérivées;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• comparer la nature des preuves intuitives et rigoureuses, en connaissant les conditions sous lesquelles un théorème est vrai;</li> <li>• expliquer ce qu'est un exemple et ce qu'est un contre-exemple;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• illustrer, par des exemples et des contre-exemples, ainsi que par des représentations graphiques aussi bien qu'algébriques, le théorème de la valeur intermédiaire, le théorème de Rolle, le théorème de la valeur moyenne, et le théorème fondamental du calcul intégral.</li> </ul>



CONNAISSANCE DES PROCÉDÉS	CONTEXTES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES
<p><i>Pour démontrer</i> leur capacité à utiliser les procédés associés à la construction de preuves des théorèmes de limite, de dérivation et d'intégration, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• démontrer, à l'aide de fonctions spécifiques, l'équivalence des règles sur le produit et le quotient;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• identifier une erreur dans une preuve donnée d'un théorème du calcul différentiel et intégral;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• vérifier le théorème de la valeur moyenne et le théorème fondamental du calcul intégral pour des exemples spécifiques.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur habileté à résoudre des problèmes, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• démontrer les théorèmes de dérivation de façon rigoureuse, en prenant pour base les théorèmes correspondants des limites;</li> </ul> <p>ET, au choix :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• déduire les formules de dérivation de fonctions complexes, au moyen des règles de base; par exemple, des fonctions comme  <math display="block">y = \frac{f(x)g(x)}{h(x)} \text{ ou } y = f(g(h(x)));</math> </li> <li>• prouver qu'une fonction qu'on peut différencier obéit au théorème de la valeur moyenne;</li> <li>• construire, et justifier, une solution à processus itératif pour l'équation <math>f(x) = c</math>, en utilisant le théorème de la valeur intermédiaire.</li> </ul>

## AUTRES MÉTHODES D'INTÉGRATION (Facultatif)

### Vue générale

Certaines fonctions algébriques et trigonométriques ne peuvent pas être intégrées à l'aide des méthodes usuelles impliquant la règle des puissances. Il est par conséquent nécessaire d'examiner d'autres méthodes, c'est-à-dire l'intégration par substitution, l'intégration par parties ou l'intégration par fractions partielles.

### Résumé des résultats prévus pour l'élève

À la fin de cette section facultative, les élèves devraient pouvoir reconnaître quelle méthode particulière d'intégration est requise. On s'attend aussi à ce qu'ils puissent utiliser et combiner de façon appropriée ces méthodes pour évaluer des intégrales définies et indéfinies.

ATTENTES GÉNÉRALES POUR L'APPRENANT	COMPRÉHENSION DES CONCEPTS
<p><i>Les élèves devraient</i> comprendre que l'intégration par substitution, par parties et par fractions partielles sont des méthodes nécessaires pour intégrer certaines fonctions algébriques et trigonométriques. Pour démontrer leur compréhension, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• comprendre que l'intégration peut être considérée comme l'opération opposée à la dérivation;</li> <li>• exprimer les solutions algébriques et trigonométriques finales dans une variété de formes équivalentes, la forme choisie étant celle la plus appropriée à la tâche à exécuter;</li> <li>• calculer les intégrales définies et indéfinies de fonctions simples, à l'aide de primitives, de règles d'intégration, et de méthodes utilisant une calculatrice ou un ordinateur;</li> <li>• utiliser les liens entre un problème donné et un autre plus simple, équivalent, ou déjà résolu, pour résoudre le problème original.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur compréhension des concepts des méthodes d'intégration, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• identifier des intégrales qui ne peuvent pas être évaluées en utilisant les primitives de fonctions polynomiales ou trigonométriques;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• montrer comment les substitutions dans une intégrale définie change la fonction à intégrer de même que les limites d'intégration;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• reconnaître quand il convient d'utiliser l'intégration par substitution, par parties ou par fractions partielles.</li> </ul>

CONNAISSANCE DES PROCÉDÉS	CONTEXTES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES
<p><i>Pour montrer</i> leur capacité à utiliser les procédés associés aux méthodes d'intégration, les élèves devront pouvoir :</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• utiliser un changement de variable pour intégrer par substitution;</li> <li>• utiliser une substitution trigonométrique pour intégrer des fonctions algébriques contenant des termes tels que <math>\sqrt{a^2 - x^2}</math>;</li> <li>• utiliser une identité trigonométrique comme première étape dans une intégration par substitution;</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• utiliser l'intégration par parties pour intégrer un produit;</li> <li>• écrire une fonction rationnelle comme la somme de fractions partielles;</li> <li>• utiliser l'intégration par fractions partielles pour intégrer des fonctions algébriques rationnelles.</li> </ul>	<p><i>Pour démontrer</i> leur habileté à résoudre des problèmes, les élèves devront pouvoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• déduire la formule d'intégration par parties, à l'aide de la formule de dérivation d'un produit;</li> <li>• combiner deux méthodes ou plus pour l'intégration d'une fonctions algébrique rationnelle;</li> <li>• adapter les méthodes d'intégration des primitives à l'évaluation des intégrales définies.</li> </ul>

Cette page est intentionnellement laissée en blanc.

## C. RESSOURCES DE BASE

### RESSOURCES EN FRANÇAIS

*Le calcul différentiel et intégral par la résolution de problèmes.* Neal Reid et al. Montréal, Lidec inc., 1992. ISBN 2-7608-6140-6

*Calcul différentiel et intégral 1.* J.B. Fraleigh. Don Mills, Les Éditions Addison-Wesley, 1987. ISBN 0-201-17830-3

*Calcul différentiel et intégral 2.* J.B. Fraleigh. Don Mills, Les Éditions Addison-Wesley, 1990. ISBN 0-201-17841-9

*Calculo Ergo Sum.* 1993 (Vidéo)

- Émissions 1 : Nombres réels et fonctions*
- 2 : Limites d'une fonction*
- 3 : Théorèmes sur les limites*
- 4 : Continuité d'une fonction*
- 5 : Dérivée d'une fonction*
- 6 : Formules de différentiation 1*
- 7 : Formules de différentiation 2*
- 8 : Théorème des accroissements finis*
- 9 : Graphe des fonctions*
- 10 : Maximisation et Minimisation*
- 11 : L'Intégrale définie*
- 12 : Théorème fondamental*
- 13 : Calcul des primitives*

### RESSOURCES EN ANGLAIS

*Calculus: A First Course.* James Stewart, Thomas et al. Toronto, McGraw-Hill Ryerson Ltd., 1989. ISBN 0-075-496-011

*Catch 31.* 1991. (Video)

- Programs 1: Introduction to Calculus and Vectors*
- 2: The Derivative/The Power Rule*
- 3: The Sum Rule and the Chain Rule*
- 4: The Product Rule and the Quotient Rule*
- 5: Derivatives and Graph Sketching*
- 6: Problems Using Maxima and Minima*
- 7: Motion: Distance, Velocity and Acceleration*
- 8: Derivatives for Relations or Functions Defined Implicitly*
- 9: Problems Involving Related Rates*
- 10: Integration*
- 11: Applications of a Primitive to Area and Motion*

*Zap-A-Graph*. 1993. (Software)

Macintosh version 4.0. Michel Pitre. Fitzroy Harbour (Ont.), Edupro Software Ltd.

*Zap-A-Graph FPU*. 1993. (Software)

Macintosh version 4.0. Michel Pitre. Fitzroy Harbour (Ont.), Edupro Software Ltd.